

УДК 330.101.5

***ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ  
ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕСУРСНОГО ПОТЕНЦИАЛА ПРЕДПРИЯТИЙ  
РЕАЛЬНОГО СЕКТОРА ЭКОНОМИКИ\****

\*Статья подготовлена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проекта № 19-010-00147/19 «Исследование ресурсного потенциала предприятий реального сектора экономики».

***Горина А.П.***

*д.э.н., профессор,  
ФГБОУ ВО МГУ им. Н.П. Огарева,  
Саранск, Россия*

***Алферина О.Н.***

*к.э.н., доцент,  
ФГБОУ ВО МГУ им. Н.П. Огарева,  
Саранск, Россия*

***Корнеева Н.В.***

*к.э.н., доцент,  
ФГБОУ ВО МГУ им. Н.П. Огарева,  
Саранск, Россия*

***Егорова А.А.***

*магистрант,  
ФГБОУ ВО МГУ им. Н.П. Огарева,  
Саранск, Россия*

**Аннотация**

В статье рассматриваются существующие экономико-математические методы анализа ресурсного потенциала предприятий реального сектора экономики. Авторы отмечают, что в настоящее время, нет единой методики оценки ресурсного потенциала. Тем не менее разработка единой методики позволит выявить узкие места, повысить результативность деятельности предприятия реального сектора экономики.

**Ключевые слова:** ресурсный потенциал, методы оценки ресурсного потенциала, производственный запас, резерв, управление ресурсным потенциалом.

***ECONOMIC AND MATHEMATICAL METHODS USED TO ASSESS  
THE ENTERPRISES RESOURCE POTENTIAL OF THE REAL SECTOR OF  
THE ECONOMY***

***GORINA A.P.***

*Professor,  
National Research Mordovia State University,  
Saransk. Russia*

***Alferina O.N.***

*PhD, Associate Professor,  
National Research Mordovia State University,  
Saransk. Russia*

***Korneeva N.V.***

*PhD, Associate Professor,  
National Research Mordovia State University,  
Saransk. Russia*

***Egorova A.A.***

*master student,  
National Research Mordovia State University,  
Saransk. Russia*

**Annotation**

The article deals with the existing economic and mathematical methods of analysis of the enterprises resource potential of the real sector of the economy. The authors note that currently, there is no single methodology for assessing the resource potential. Nevertheless, the development of a unified methodology will help to identify bottlenecks, improve the efficiency of the enterprise of the real sector of the economy.

**Keywords:** resource potential, methods of resource potential assessment, productive supply, reserve, resource capacity management.

Рост масштабов производства приводит к увеличению массы сырья, материалов, комплектующих входящих в ежедневный процесс производства. Для равномерного обеспечения процесса производства необходимо содержать рациональный объем запасов. С одной стороны, хранение запасов во многих случаях обходится дешевле, чем любой другой способ обеспечения ритмичности производства. В состав запасов могут входить сырье, материалы, полуфабрикаты, комплектующие изделия, запасные части, инвентарь, готовая продукция, отходы производства. С другой стороны, финансовые ресурсы, вложенные в запасы, извлекаются из оборота или других направлений деятельности предприятия, где они могли бы приносить дополнительную прибыль, а так возможны количественные и качественные потери запаса (ухудшение потребительских свойств, испарение, хищение, моральный износ и.т.д). Все это является ресурсным потенциалом предприятия. Следовательно, чтобы добиться максимально эффективной работы предприятия и достигнуть наилучших производственных и финансовых результатов, нужно грамотно управлять, другими словами создать оптимальную стратегию управления ресурсным потенциалом.

Методы и модели управления ресурсным потенциалом позволяют находить оптимальные параметры стратегии управления запасами и, соответственно, различаются в зависимости от набора исходных параметров. Основными параметрами являются размер партии заказа  $Q$ , точка возобновления заказа  $R$ , интервал времени (цикл) между последовательными заказами  $t$ .

Пусть функции  $Q(t)$ ,  $A(t)$  и  $D(t)$  выражают, соответственно, пополнение запасов, их расход и спрос на запасаемый продукт за промежуток времени

$[0, \tau]$ . В моделях управления запасами обычно используют производные этих функций по времени  $q(t)$ ,  $a(t)$  и  $d(t)$  называемые соответственно интенсивностями пополнения, расхода и спроса.

Модель управления ресурсным потенциалом считается детерминированной, если функции  $q(t)$ ,  $a(t)$  и  $d(t)$  – не случайные величины. Если хотя бы одна из них носит случайный характер, то функция считается стохастической (вероятностной). Если все параметры модели не меняются во времени, она называется статической, в противном случае – динамической. Статические модели используются, когда принимается разовое решение, а динамические – в случае принятия последовательных решений об уровнях запаса.

Модель управления запасами должна давать ответы на два главных вопроса: сколько заказывать и когда.

Ответ на первый вопрос определяет экономический размер заказа путем минимизации основных издержек.

Четыре основных элемента целевой функции (суммарной функции затрат) включают:

- 1) затраты на приобретение товара ( $C_C$ );
- 2) затраты, связанные с выполнением заказа ( $C_K$ );
- 3) расходы на хранение, которые бывают постоянные (аренда) и переменные (расходы на обработку товарных запасов, потери от порчи и т.п.) ( $C_K$ );
- 4) издержки дефицита товаров: штрафы за невыполнение контрактных обязательств, недополученная прибыль компании, снижение покупательского спроса и другие ( $C_D$ );

Ответ на второй вопрос обуславливается существующей системой управления запасами. Если система предусматривает периодический контроль состояния запаса, момент поступления нового запаса совпадает с началом

периода. Если в системе предусмотрен оперативный контроль, новый заказ размещается, когда уровень запаса опускается до заранее определенного показателя, называемого точкой возобновления запаса.

Рассмотрим модель экономического размера заказа. Модель ЕОQ представляет собой структуру управления запасами при условии, что спрос детерминирован. Предполагается, что время выполнения заказа, то есть время от момента размещения заказа до его поступления на склад равно нулю. Емкость склада для хранения запасов не ограничена. Начальный запас в системе в момент поставки пополнения равен нулю. При подаче заказа каждый раз заказывается одно и то же количество товара в виде одной партии. Исследуется система, в которой при поступлении требований отсутствует дефицит, подобное ограничение вполне закономерно, потому что спрос неслучаен, а время поставки постоянно.

Как и все модели, это упрощенная версия того, что может произойти на практике. Для того чтобы понять основные условия в модели, мы сохраняем перечисленные выше предположения.

Спрос на товар расходуется со скоростью (интенсивностью)  $\lambda$  элементов в единицу времени, пока не достигнет нуля. Когда уровень запасов падает до нуля, размещается заказ объемом  $Q$  единиц. Продолжительность цикла между последовательными заказами  $\tau$  определяется:

$$\tau = \frac{Q}{\lambda}. \quad (1)$$

Средний уровень запаса, рассчитывается как половина всего объема заказа:

$$Q_{\text{ср}} = \frac{Q}{2}. \quad (2)$$

Средние затраты на приобретение товара не зависят от объема заказа, поэтому не учитываются в суммарной функции затрат. Нехватки запасов в рамках данной системы быть не может. Таким образом, для построения

функции затрат используются два стоимостных параметра, зависящих от размера партии:

$K$  – издержки подачи заказа. Фиксированная стоимость, которая возникает каждый раз, когда склад размещает заказ.

$h$  – издержки хранения. Линейная стоимость, начисляется для каждой единицы, находящейся в запасе, в единицу времени.

Суммарные затраты в единицу времени можно представить, как функцию от  $Q$  в следующем виде:

$$C(Q) = \frac{K+h\left(\frac{Q}{2}\right)\tau}{\tau}, \text{ с учетом (1.2) получаем:}$$

$$C(Q) = \frac{K\lambda}{Q} + \frac{hQ}{2}. \quad (3)$$

Оптимальное количество заказа на поставку  $Q^*$  определяется путем минимизации по  $Q$  функции  $C(Q)$  на интервале  $(0, \infty)$ . Предполагаем, что объем заказа является непрерывной переменной. Необходимое условие точки минимума:  $C'(Q) = -\frac{K\lambda}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0$ . Отсюда однозначно определяется оптимальный размер заказа:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2K\lambda}{h}}. \quad (4)$$

Оптимальное время между заказами (время цикла):

$$\tau^* = \frac{Q^*}{\lambda} = \sqrt{\frac{2K}{\lambda h}}. \quad (5)$$

Оптимальная стратегия управления запасами для рассмотренной модели формулируется следующим образом: заказывать  $Q^*$  единиц продукции через каждые  $\tau^*$  единиц времени.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда существует некий положительный срок выполнения заказа  $l$  (временное запаздывание). В такой постановке задачи необходимо определить точку возобновления заказа  $r$ , при достижении которой необходимо подать заказ.

Для избежание дефицита, следует делать заказ тогда, когда имеющийся запас еще достаточен для удовлетворения спроса в период выполнения заказа на пополнение.

Объем спроса за время поставки и соответственно точка заказа составляет:

$$r = l\lambda. \quad (6)$$

Оптимальная стратегия управления запасами в такой модификации может быть переформулирована: заказывать  $Q^*$  единиц продукции, когда уровень запаса опускается до  $r$  единиц.

Это самый простой тип моделей, основанный на элементарных математических действиях, однако в реальных условиях эти модели встречаются редко. Между тем, теория вероятностей позволяет значительно расширить аппарат расчета параметров и наиболее точно описать характер спроса. В этом случае эффективнее использовать стохастические (вероятностные) модели управления запасами.

Метод решения задачи управления производственными ресурсами заключается в том, что заказы на пополнение делаются в момент снижения запаса до заранее определенного порогового уровня запаса  $r$  (точка восстановления заказа). Все параметры модели рассчитываются таким образом, что при соблюдении исходных данных модель гарантирует бездефицитное обслуживание потребности.

Объем заказа представляет собой исходную информацию для расчёта других параметров системы. Следовательно, требуется зафиксировать оптимальный или близкий к оптимальному размер заказа  $Q$ .

Предполагается существование некоего резерва (буфера) на протяжении всего текущего периода. Обозначим размер гарантийного запаса –  $s$ ;  $l$  – срок выполнения заказа (время поставки);  $\alpha$  – максимально возможная вероятность

истощения запаса за срок выполнения заказа. Размер буфера устанавливается с учетом вероятности  $\alpha$  за весь срок выполнения заказа  $l$ .

Основным предположением при использовании модели является то, что  $x$  – спрос за время поставки является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием  $E_1$  и стандартным отклонением  $\sigma_1$ .

Средняя величина спроса  $\mu$  за время выполнения заказа  $l$  равна:

$$\mu_1 = E_1 * l. \quad (7)$$

Размер страхового запаса можно определить из следующего вероятностного условия:

$$P\{x \geq s + \mu_1\} \leq \alpha.$$

По определению случайной величины:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}. \quad (8)$$

Следовательно:

$$P\{z \geq \frac{s}{\sigma}\} \leq \alpha. \quad (9)$$

Обозначим  $K_\alpha$  – число стандартного нормального распределения при уровне  $\alpha$ :  $P\{z \geq K_\alpha\} = \alpha$ .

Следовательно, размер страхового запаса должен удовлетворять условию:

$$s \geq \sigma * K_\alpha. \quad (10)$$

Средняя величина спроса связана с единичным периодом времени, если время выполнения заказа больше единичного учетного периода, то стандартное отклонение потребности может быть определено:

$$\sigma_1 = \sqrt{l\sigma^2}. \quad (11)$$

С помощью полученного с помощью неравенства (10) страхового запаса, можно определить точку возобновления заказа (пороговый уровень)  $r$ :

$$r = \mu + s. \quad (12)$$



Рассмотрим метод решения, где оптимальный размер заказа определяется на основе фиксированного интервала времени между заказами. Размер заказа должен быть рассчитан таким образом, чтобы обеспечить пополнение запаса до максимального желательного уровня. Обозначим его –  $R$ . Обозначать размер заказа –  $Q$ . В такой постановке задачи его необходимо рассчитывать в каждый плановый момент подачи заказа. Предположим, что каждая проверка сопровождается заказом. Введем еще такое понятие как защитный интервал –  $F$ . Это период равный сумме интервала времени между проверками  $\tau$  и времени выполнения заказа  $l$ .

В моделях с периодическими проверками требуется больший уровень страхового запаса для обеспечения удовлетворенности спроса, так как вполне возможно увеличение интенсивности спроса, которое приведет к исчерпанию запаса за короткий период сразу после пополнения. Исправить эту ситуацию можно будет только в следующий плановый момент поступления запаса. Как и ранее,  $\alpha$  – максимально возможная вероятность истощения запаса за весь защитный интервал.

Предположим, что спрос – это случайная величина, с известным средним значением объема –  $E_F$  и стандартным отклонением –  $\sigma_F$  за защитный интервал времени. Срок защитного интервала – известная и постоянная величина. Введем величину  $Z_T$  – уровень текущего запаса при размещении заказа. Тогда оптимальный размер заказа будет рассчитываться по формуле:

$$Q^* = E_F * F + K_\alpha * \sigma_F - Z_T. \quad (13)$$

С учетом формул (3.2.1) и (3.2.4) из Главы 1, формула примет вид:

$$Q^* = \mu_F + s - Z_T. \quad (14)$$

#### Заключение

В данной статье представлено несколько видов актуальных постановок задач управления запасам. Применение стратегий оптимизации запасов повышает эффективность управленческих решений: заказы приходят в Вектор экономики | [www.vectoreconomy.ru](http://www.vectoreconomy.ru) | СМИ Эл № ФС 77-66790, ISSN 2500-3666

наиболее выгодный момент, оптимизируется количество заказываемых партий продукции, минимизируются издержки складского хранения, повышается уровень обслуживания клиентов. Все это в итоге увеличивает доходы предприятия, эффективность его деятельности.

Учитывая фактор неопределенности спроса, моменты возникновения требований так же являются случайными. В моделях с оперативным контролем используется методика управления запасами на основе фиксации размера заказа.

Каждый раз при снижении уровня запасов до определенного порогового уровня  $r$  (точки возобновления заказа) подается заказ на партию размера  $Q$ . В такой постановке задачи допускается неудовлетворённый спрос, ввиду дефицита запасов.

Рассмотрим приближенный метод определения оптимальных размеров  $Q^*, r^*$  по критерию средних годовых издержек. В системе с учетом неудовлетворенных требований (отложенным спросом) средние годовые издержки состоят:

- издержки выполнения заказов;
- издержки хранения запасов;
- издержки учета неудовлетворённых требований.

Введем обозначения:  $x$  – спрос за время поставки;  $f(x; t)dx$  – плотность распределения спроса за период  $t$ ;  $\lambda$  – средняя интенсивность спроса;  $s$  – гарантийный запас;  $l$  – срок выполнения заказа (время поставки);  $A$  – стоимость подачи заказа;  $h$  – стоимость хранения единицы запаса в единицу времени;  $\pi$  – стоимость учета требований.

Получаем, что средние годовые издержки выполнения заказов равны:

$$\frac{A\lambda}{Q}. \quad (15)$$

Средний уровень чистого запаса в момент поставки пополнения равен гарантийному запасу  $s$ , а сразу же после поступления будет  $Q + s$ . То есть средний уровень наличного запаса будет убывать линейно от  $Q + s$  в начале цикла до  $s$  — в конце. Поэтому среднее число товаро-лет за год будет определяться как:

$$\frac{1}{2} (Q + s) + \frac{1}{2} s = \frac{Q}{2} + s. \quad (16)$$

Получаем средние годовые издержки хранения запасов равны:

$$h\left(\frac{Q}{2} + s\right). \quad (17)$$

Заказанная партия  $Q$ , поступит на склад, только по истечению срока поставки  $l$ , при условии, что спрос за это время  $x$ , среднее значение чистого запаса, усредненное по всем значениям  $x$ , будет:

$$\bar{I} = \int_0^{\infty} (r - x)f(x; l)dx. \quad (18)$$

Если время поставки постоянно, то уравнением (4) определяется гарантийный запас  $s$ . Если же срок выполнения заказа  $l$  случайная величина, с плотностью распределения  $g(l)$ , тогда  $\bar{I}$  будет:

$$\int_0^{\infty} (r - x)f(x; l)g(l)dxdl = \int_0^{\infty} (r - x)D_1(x)dx, \quad (19)$$

где

$$D_1(x) = \int_0^{\infty} f(x; l)g(l)dl \quad (20)$$

— плотность безусловного распределения спроса за время поставки.

Отсюда можно записать:

$$s = \int_0^{\infty} (r - x)D_1(x)dx = r - \mu, \quad (21)$$

где  $\mu = \int_0^{\infty} xD_1(x)dx$  —средний объем спроса за время поставки.

В итоге средние годовые издержки хранения запасов равны:

$$h\left(\frac{Q}{2} + r - \mu\right). \quad (22)$$

Остается определить средние годовые издержки учета нехватки запасов, которые будут равны произведению ожидаемого дефицита за цикл на издержки дефицита на среднее число циклов за год.

Среднее число циклов за год будет составлять:

$$\frac{\lambda}{Q} \quad (23)$$

Естественно считать, что  $r > 0$ , поэтому дефицит запасов, а следовательно и очередь учета требований может возникнуть только за время поставки  $l$ , тогда, когда спрос за этот период  $x$  превышает уровень  $r$ . Так как  $D_1(x)$  – плотность безусловного распределения спроса за время поставки, среднее число учётных требований или ожидаемый дефицит определяется:

$$\bar{B} = \int_r^{\infty} (x - r) D_1(x) dx. \quad (24)$$

Получаем, что средние годовые издержки дефицита определяются как:

$$\frac{\pi\lambda}{Q} \int_r^{\infty} (x - r) D_1(x) dx. \quad (25)$$

Теперь найдены все составляющие средних годовых издержек  $C(q, r)$ :

$$C(Q, r) = \frac{A\lambda}{Q} + h \left( \frac{Q}{2} + r - \mu \right) + \frac{\pi\lambda}{Q} \int_r^{\infty} (x - r) D_1(x) dx. \quad (26)$$

Необходимые условия точки минимума:

$$\frac{\partial C(Q, r)}{\partial Q} = -\frac{A\lambda}{Q^2} + \frac{h}{2} - \frac{\pi\lambda}{Q^2} \bar{B} = 0. \quad (27)$$

$$\frac{\partial C(Q, r)}{\partial r} = h - \frac{\pi\lambda}{Q} \int_r^{\infty} D_1(x) dx = 0. \quad (28)$$

Соотношения (27) и (28) удобно переписать в виде:

$$Q = \sqrt{\frac{2\lambda(A + \pi\bar{B})}{h}}; \quad \int_r^{\infty} D_1(x) dx = \frac{hQ^*}{\pi\lambda}. \quad (29)$$

Если предположить что  $D_1(x)$  является нормальным распределением с математическим ожиданием  $\mu$  (средним объемом спроса за время поставки) и среднеквадратическим отклонением  $\sigma$ , то:

$$\int_r^{\infty} x D_1(x) dx = \int_r^{\infty} \frac{x}{\sigma} \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) dx = \sigma \int_{\frac{r-\mu}{\sigma}}^{\infty} v \phi(v) dv + \mu \int_{\frac{r-\mu}{\sigma}}^{\infty} \phi(v) dv = \sigma \Phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right) + \mu \Phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right). \quad (30)$$

В итоге:

$$C(Q, r) = \frac{A\lambda}{Q} + h\left(\frac{Q}{2} + r - \mu\right) + \frac{\pi\lambda}{Q} \left[ (\mu - r) \Phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right) + \sigma \Phi\left(\frac{r-\mu}{\sigma}\right) \right]. \quad (31)$$

В таком виде  $C(Q, r)$  легко подсчитать с помощью таблиц нормального распределения.

Система с потерей неудовлетворённых требований (потерянным спросом) будет мало отличаться от только что рассмотренной. Единственное отличие возникает в выражении гарантийного запаса. Поскольку уровень запаса может быть теперь только неотрицательным, в среднем уровне гарантийного запаса нужно учесть ожидаемый дефицит, получаем:

$$s_{\text{потеря}} = \bar{B} + r - \mu. \quad (32)$$

Следовательно, средние годовые издержки хранения запасов равны:

$$h\left(\frac{Q}{2} + \left[\int_r^{\infty} (x - r) D_1(x) dx\right] + r - \mu\right).$$

Перепишем в более удобной форме:

$$h\left(\frac{Q}{2} + r - \mu\right) + h \int_r^{\infty} (x - r) D_1(x) dx. \quad (33)$$

Издержки заказа и дефицита рассчитываются, как и в системе с учетом требований.

В итоге, средние годовые издержки с случае системы с потерями равны:

$$C(Q, r) = \frac{A\lambda}{Q} + h\left(\frac{Q}{2} + r - \mu\right) + \left(h + \frac{\pi\lambda}{Q}\right) \int_r^{\infty} (x - r) D_1(x) dx. \quad (34)$$

Снова нужно определить  $Q^*, r^*$  минимизирующие  $C(Q, r)$ , используя условия  $\frac{\partial C(Q, r)}{\partial Q} = 0$ ;  $\frac{\partial C(Q, r)}{\partial r} = 0$ , получим систему аналогичную (29):

$$Q = \sqrt{\frac{2\lambda(A + \pi\bar{B})}{h}}; \quad \int_r^{\infty} D_1(x) dx = \frac{hQ^*}{\pi\lambda + hQ^*}. \quad (35)$$

При допущении, что  $D_1(x)$  является нормальным распределением:

$$C(Q, r) = \frac{A\lambda}{Q} + h \left( \frac{Q}{2} + r - \mu \right) + \left( h + \frac{\pi\lambda}{Q} \right) \left[ (\mu - r) \Phi \left( \frac{r - \mu}{\sigma} \right) + \sigma \phi \left( \frac{r - \mu}{\sigma} \right) \right]. \quad (36)$$

Решение систем (29) и (35) численно может быть найдено с помощью итеративной процедуры. Алгоритм состоит в следующем:

1. Принимаем значение  $Q_w$  в качестве первого приближения для  $Q$ .
2. Находим  $r_1$  из второго уравнения системы (29) или (35), полагая в нем  $Q_1 = Q_w$ .
3. Полученное значение  $r_1$  подставляем в первое уравнение расчетной системы для нахождения  $Q_2$ .
4. Это значение  $Q_2$  используют снова в (29) или (35) для определения  $r_2$ .
5. Если полученные значения  $Q$  и  $r$  найдены достаточно точно, т.е. разница между двумя последовательными значениями достаточно мала, вычисления заканчиваются. Иначе, итеративная процедура продолжается.

Заметим, что для системы с учетом требований, и системы с потерями  $Q^* \geq Q_w$ , т.е. оптимальное значение  $Q^*$  никогда не бывает меньше размера партии по формуле Уилсона.

Отметим еще одно свойство описанных моделей. При сравнении оптимальных объемов поставок  $Q^*$ , при прочих равных параметрах системы,  $Q^*$  в модели с отложенным спросом окажется больше, чем в модели с потерями, тогда как уровень заказа  $r^*$  меньше в системе с учетом требований. Сравнивая средние годовые издержки детерминированной и стохастической моделей, полагая одинаковые параметры, затраты второй модели всегда превосходят затраты первой, из-за влияния случайных факторов. Это называется годовыми издержками из-за неопределенности.

Модель управления запасами с фиксированным интервалом между поставками. Использование оперативной информации вызывает трудности при

попытке их использования на практике и часто бывает экономически не выгодно. Вследствие этого чаще стараются использовать системы с периодическими проверками. При периодическом контроле состояния запасов проверка системы и принятие решения о размещении заказа осуществляется через равные интервалы времени.

В данном случае периодом функционирования является интервал между двумя последовательными проверками, обозначим его –  $\tau$ . В момент проверки заказывается партия, пополняющая фиктивный уровень запаса до некоторого значения  $R$ . В этом случае фиксируется интервал, а размер заказа каждый раз меняется. Задача состоит в определении оптимальных значения  $r^*$ ,  $R^*$ , минимизирующих ожидаемые средние годовые издержки, при заданном интервале  $\tau$ .

Для рассмотрения модели, используем следующие допущения:

- процессы спроса и поставки стационарны;
- стоимость проверки не зависит от параметров модели;
- каждая проверка сопровождается заказом;
- стоимость единицы запасов не зависит от объема поставки и равна  $C$ ;
- времена поставок для различных заказов, являются случайными;
- все переменные непрерывны.

Рассмотрим приближенный метод решения данной задачи. Начнем с описания системы с отложенным спросом.

Пусть, как и в Главе 1, обозначим:  $A$  – стоимость выполнения заказа;  $h$  – стоимость хранения единицы запаса в единицу времени;  $x$  – спрос за время поставки;  $f(x; t)dx$  – плотность распределения спроса за период  $t$ ;  $\lambda$  – средняя интенсивность спроса;  $\pi$  – стоимость учета требований.

Средние годовые включают в себя:

- издержки проверки;

- издержки выполнения заказа;
- издержки хранения;
- издержки дефицита.

Используя предположение b) и с), мы будем считать, что стоимость выполнения заказа –  $A$  включает в себя и затраты на проверку поэтому, средние издержки проверки и подачи заказа равны:

$$\frac{A}{\tau}. \quad (37)$$

В качестве периода используем интервал между двумя последовательными поставками. Как и ранее  $\mu$  – средний объем спроса за время поставки. К моменту поставки математическое ожидание чистого запаса составляет:  $R - \mu$ . Так как средняя интенсивность спроса  $\lambda$  постоянна, то непосредственно перед следующей поставкой чистый запас будет равен:  $R - \mu - \lambda\tau$ . Получаем, что средний объем запасов за один период приближенно равен:

$$\tau \left[ \frac{1}{2}(R - \mu) + \frac{1}{2}(R - \mu - \lambda\tau) \right] = \tau(R - \mu - \frac{\lambda\tau}{2}). \quad (38)$$

Таким образом, для определения средних ожидаемых издержек хранения в единицу времени нежно произведение затрат на хранение и объема запасов за период, разделить на период:

$$h(R - \mu - \frac{\lambda\tau}{2}). \quad (39)$$

Для подсчёта средних годовых издержек учета требований предположим сначала, что срок выполнения заказа  $l$  постоянный. Товары, которые заказаны в момент времени  $t$ , поступают на склад в момент  $t + l$ . Следующее пополнение запасов произойдет, после следующей проверки, то есть в момент  $t + l + \tau$ . Очередь учтенных заявок образуется только из требований, поступивших в интервал времени  $l + \tau$ , когда спрос за этот период  $x$  превышает уровень  $R$ . Таким образом, среднее число учётных требований равно:



$$\int_R^{\infty} (x - R)f(x; l + \tau) dx, \quad (40)$$

где  $f(x; l + \tau)$  – плотность распределения спроса за период  $l + \tau$ .

Пусть теперь время выполнения заказа  $l$  случайная величина, имеющая плотность распределения  $g(l)$ , с областью возможных значений, ограниченных сверху и снизу величинами  $l_{\max}$  и  $l_{\min}$ . Тогда если обозначим  $l_1$  – время поставки для заказа, поданного в момент  $t$ , а  $l_2$  – соответственно в момент  $t + \tau$ , тогда среднее число учтенных требований за период будет:

$$\int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \int_{l_{\min}}^{l_{\max}} \int_R^{\infty} (x - R)f(x; l_2 + \tau)g(l_2)g(l_1)dxdl_1dl_2 = \int_R^{\infty} (x - R) D_1(x; \tau)dx. \quad (41)$$

Получаем, что средние ожидаемые издержки учета требований равны:

$$\frac{\pi}{\tau} \int_R^{\infty} (x - R) D_1(x; \tau)dx. \quad (42)$$

Найдены все составляющие средних годовых издержек, общее выражение выглядит так:

$$C(\tau, R) = \frac{A}{\tau} + h \left( R - \mu - \frac{\lambda\tau}{2} \right) + \frac{\pi}{\tau} \int_R^{\infty} (x - R) D_1(x; \tau)dx. \quad (43)$$

При фиксированном времени между поставками  $\tau$ , значение  $R$  минимизирующее целевую функцию  $C(\tau, R)$ , находится из необходимого условия точки минимума:

$$\frac{\partial C(\tau, R)}{\partial R} = h - \frac{\pi}{\tau} \int_R^{\infty} D_1(x; \tau)dx = 0. \quad (44)$$

Получаем, что оптимальное значение  $R^*$  является решением следующего уравнения:

$$\int_R^{\infty} D_1(x; \tau)dx = \frac{h\tau}{\pi}. \quad (45)$$

В случае систем с потерей требований стоимость проверок, затраты размещения заказа, дефицит из-за невыполненных заказов будут в точности такими же, как и в системе с учитываемыми требованиями. Изменения вносятся только в уравнение издержек хранения, так как в этом случае гарантийный

запас выражается как математическое ожидание наличных запасов в момент получения заказа:

$$R - \mu - \lambda\tau + \int_R^{\infty} (x - R) D_1(x; \tau) dx. \quad (46)$$

Следовательно, ожидаемые издержки хранения определяются как:

$$h[R - \mu - \frac{\lambda\tau}{2} + \int_R^{\infty} (x - R) D_1(x; \tau) dx]. \quad (47)$$

Получаем, суммарные средние годовые затраты в случае потерянного спроса равны:

$$C(\tau, R) = \frac{A}{\tau} + h \left( R - \mu - \frac{\lambda\tau}{2} \right) + \left( h + \frac{\pi}{\tau} \right) \int_R^{\infty} (x - R) D_1(x; \tau) dx. \quad (34)$$

Оптимальный уровень пополнения запасов  $R^*$  находится в результате решения следующего уравнения:

$$\int_R^{\infty} D_1(x; \tau) dx = \frac{h\tau}{\pi + h\tau}. \quad (48)$$

Глава 5. Модель управления запасами одного периода.

Одноэтапные модели управления запасами отражают ситуацию, когда функционирование системы рассматривается на одном, конечном, интервале времени, в течение которого происходит не более одного пополнение запасов, то есть продавец имеет только одну возможность подачи заказа. На практике такая ситуация возникает при снабжении сезонными, модными, скоропортящимися продуктами.

Приняты следующие допущения:

- начальный запас равен нулю;
- затраты на размещение заказа отсутствуют.

Введем обозначения:

$c$  – стоимость закупки (производства) единицы товара;

$g$  – цена продажи единицы товара;

$q$  – количество закупленного товара в начале периода;

$x$  – величина случайного спроса за период;

$F(x)$  – функция распределение спроса;

$h$  – издержки хранения единицы товара в течении рассматриваемого периода;

$\pi$  – убытки от дефицита в течение периода.

Если спрос превышает количество приобретенного запаса, то образуется нехватка продукции и убытки ввиду дефицита, если же образованный запас превышает спрос, то излишки продукции хранятся на протяжении всего периода. Ожидаемые издержки хранения и дефицита в таком случае равны:

$$C(q) = cq + h \int_0^q (q - x) dF(x) + \pi \int_q^\infty (x - q) dF(x). \quad (49)$$

Продифференцировав уравнение (5.1), получаем:

$$C(q) = c + h \int_0^q dF(x) - \pi \int_q^\infty dF(x)x = c + hF(q) - \pi(1 - F(q)) = c - \pi + F(q)(\pi + h). \quad (50)$$

Функция (5.2) выпуклая. Так как мы считаем, что запас в начале периода равен нулю, оптимальный размер заказа и оптимальный уровень запаса равны. Решение единственно и определяется:

$$F(q) = P\{x < q\} = \frac{\pi - c}{\pi + h}. \quad (51)$$

Заметим, что значение  $q^*$  определяется только при условии, что правая часть уравнения (5.3) неотрицательная, то есть  $\pi \geq c$ . Так как в противном случае получается, что стоимость закупки товара выше чем потери от неудовлетворённого спроса, что невыполнимо на практике. Правая часть уравнения (5.3) называется критическим отношением.

Рассмотрим систему, где спрос  $x$  является дискретной величиной, то есть принимает значения  $0, 1, 2, \dots, \infty$ , с вероятностями  $p_0, p_1, p_2, \dots, \infty$ , тогда функция затрат вычисляется по формуле:

$$C(q) = cq + h \sum_{x=0}^q (q - x)f(x) + \pi \sum_{x=q+1}^\infty (x - q)f(x). \quad (52)$$

Необходимыми условиями оптимальности служат неравенства:

$$C(q) \leq C(q - 1), C(q) \leq C(q + 1). \quad (53)$$

Таким образом:

$$F(q) = P\{x < q\} \leq \frac{\pi-c}{\pi+h} \leq F(q+1). \quad (54)$$

Рассмотрим задачу управления запасами в течении одного периода в иной постановке. Основное предположение данной модели состоит в том, что продукция закупается(производится) по цене  $c$ , независимо от объема партии, а продается по цене  $g$ . Нереализованные к концу периода товары могут быть проданы по цене  $v$ , с условием, что  $(v < c)$ . Необходимо определить оптимальные объем наличных запасов в начале периода, максимизирую среднюю прибыль за период.

В такой постановке задачи, условие оптимальности имеет вид:

$$F(q) = \frac{g-c}{g-v} \text{ или } F(q) \leq \frac{g-c}{g-v} \leq F(q+1). \quad (55)$$

Таким образом, рассмотренные модели позволяют в общем виде оценить ресурсный потенциал предприятий реального сектора экономики. Проведенная работа указывает на отсутствие единой методики, позволившей бы выявить узкие места, повысить результативность деятельности предприятия реального сектора экономики, а также на необходимость проведения дальнейших исследований в данной области.

### **Библиографический список:**

1. Корнеева Н.В. Ресурсные особенности формирования инновационных процессов на предприятии // Российская экономика в условиях новых вызовов материалы Всероссийской научно-практической конференции, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н.П. Огарева». – 2018. – С.164-168.

2. Корнеева Н.В., Коновалова Е.А., Червячкова К.А. Финансовые особенности инновационной деятельности организации // Финансовая экономика. – 2018. – №7. – С.1080-1081.

3. Рыкалина О.В. Логистические ресурсные потенциалы материального производства и сферы услуг: учебное пособие / О.В. Рыкалина – Москва: Дашков и К°, 2015 – 270 с.

*Оригинальность 88%*