

УДК 338.364.4

**ОБЗОР АЛГОРИТМА ОБУЧЕНИЯ НЕЧЁТКОЙ КОГНИТИВНОЙ  
КАРТЫ НА ОСНОВЕ НЕЛИНЕЙНОГО ПРАВИЛА ХЭББА**

**Юрин А.А.**

*Магистр*

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»*

*Россия, г. Москва*

**Кокорев Д.С.**

*Магистр*

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»*

*Россия, г. Москва*

**Аннотация**

В данной работе рассматривается алгоритм Хэбба без учителя для обучения нечеткой когнитивной карты (НКК). НКК – это вычислительная технология, основанная на нечеткой логике для моделирования систем. Она объединяет в себе теории нейронных сетей и нечеткой логики. Используя предложенный алгоритм обучения, НКК будет изменять свои нечеткие причинно-следственные связи по мере изменения причинно-следственных связей и по мере того, как эксперты обновляют свои причинно-следственные связи.

**Ключевая слова:** нечёткая когнитивная карта, нелинейное обучения Хэбба, обучение нечёткой когнитивной карты, правило Хэбба.

**REVIEW OF A LEARNING ALGORITHM FOR THE FUZZY COGNITIVE  
MAP BASED ON NONLINEAR HEBBIAN RULE**

**Yurin A. A.**

*Master*

*National research nuclear University "MEPhI»*

*Russia, Moscow*

***Kokorev D. S.***

*Master*

*National research nuclear University "MEPhI»*

*Russia, Moscow*

### **Annotation**

In this paper, it is proposed to use the Hebbian algorithm without a teacher to train a fuzzy cognitive map (FCM). FCM is a computing technology based on fuzzy logic for modeling systems. It combines the theory of neural networks and fuzzy logic. Using the proposed training algorithm, the FCM will change its fuzzy cause and effect relationships as causal relationships change and as experts update their cause and effect relationships.

**Keywords:** Fuzzy cognitive map, nonlinear Hebbian learning, fuzzy cognitive map learning, Hebbian rule.

### **Введение**

НКК были предложены Бартом Коско для представления причинно-следственных связей между концептами и анализа закономерностей вывода [1,2]. НКК представляют знания в символической форме и связывают состояния, переменные, события, выходные и входные данные в рамках причинно-следственного подхода. Сравнивая НКК либо с экспертной системой, либо с нейронными сетями, они обладают несколькими преимуществами, такими как: НКК относительно легко представить структурированным знанием, а логический вывод вычисляется с помощью операции с числовой матрицей. НКК подходят для знания, которое накапливалось годами, наблюдая за работой и поведением сложной системы. Нечеткие когнитивные карты уже применяются во многих научных областях, таких как медицина, производство, системы поддержки принятия решений, политология [3-8,26,27].

Данная статья описывает процедуру обучения, основанную на нелинейном Вектор экономики | [www.vectoreconomy.ru](http://www.vectoreconomy.ru) | СМИ Эл № ФС 77-66790, ISSN 2500-3666

правиле обучения Хэбба, для улучшения структуры НКК. Введение обучения НКК устраняет недостатки в использовании НКК и повышает динамическое поведение и гибкость модели НКК. Используется целевая функция, аналогичная правилу Хэбба для линейных случаев.

Расширение правила Хэбба для обучения, предполагающее нелинейные случаи, привлекло внимание исследовательского сообщества [11-13], и оно было применено во многих задачах [12,14]. Было показано, что использование нелинейных функций активаций для обучения по правилам Хэбба, может привести к анализу главных компонент, а также было предложено нелинейное правило обучения по Хэббу для задач минимизации заданной функции [15].

### **Методология моделирования нечетких когнитивных карт**

Нечеткие когнитивные карты имеют свои корни в теории графов. Эйлер сформулировал первую теорию графов в 1736 году [18], а затем для изучения структур эмпирического мира были использованы направленные графы (орграфы) [19]. Знаковые орграфы использовались для представления утверждений об информации [20], а термин «когнитивная карта» описывал графические причинно-следственные связи между переменными. Термин «нечеткая когнитивная карта» впервые был использован Коско [1] для описания модели когнитивной карты с двумя значимыми характеристиками: (а) причинно-следственные связи между узлами нечеткие и (б) система имеет динамическую обратную связь, где влияние изменение в одном узле влияет на другие узлы, что, в свою очередь, может повлиять на узел, инициирующий изменение.

Структура НКК похожа на рекуррентную искусственную нейронную сеть, где концепции представлены нейронами и причинно-следственными связями с помощью взвешенных связей, соединяющих нейроны.

Концепты отражают атрибуты, характеристики, качества и смысла системы. Взаимосвязи между понятиями (концептами) НКК означают причинно-следственную связь концептов друг с другом. Эти взвешенные взаимосвязи

определяют направление и степень связи. Рисунок 1 иллюстрирует графическое представление нечеткой когнитивной карты.

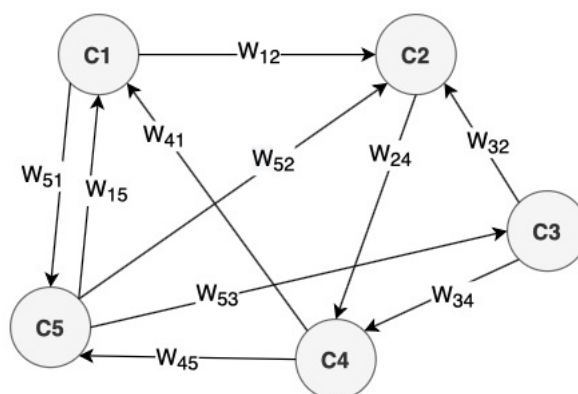


Рис. 1 – Нечеткая когнитивная карта

Сила соединения между двумя узлами  $C_j$  и  $C_i$  равна  $w_{ij}$ , причем  $w_{ij}$  принимает любое значение в диапазоне от -1 до 1.

Существует три возможных типа причинно-следственных связей между понятиями:

- $w_{ji} > 0$ , который указывает на положительную причинно-следственную связь между понятиями  $C_j$  и  $C_i$ . То есть увеличение (уменьшение) значения  $C_j$  приводит к увеличению (уменьшению) значения  $C_i$ .
- $w_{ji} < 0$ , что указывает на отрицательную причинность между понятиями  $C_j$  и  $C_i$ . То есть увеличение (уменьшение) значения  $C_j$  приводит к уменьшению (увеличению) значения  $C_i$ .
- $w_{ji} = 0$ , что указывает на отсутствие связи между  $C_j$  и  $C_i$ .

Направленные связи представлены в виде отношений "все или ничего", поэтому НКК предоставляют как качественную, так и количественную информацию об этих отношениях [9]. Как правило, значение каждого понятия вычисляется, вычисляя влияние других понятий на конкретное понятие, [5], применяя следующее правило расчета:

$$A_i(k+1) = f\left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n A_j(k)w_{ji} + A_i(k)\right) \quad (1)$$

Где  $A_i(k+1)$  – это значение понятия  $C_i$  в момент времени  $k+1$ ,  $A_j(k)$  – значение понятия  $C_j$  в момент времени  $k$ ,  $w_{ji}$  – вес взаимосвязи между понятием  $C_j$  и понятием  $C_i$ , а  $f$  – это сигмовидная пороговая функция.

Методология разработки НКК основана на группе экспертов, которых просят определить понятия и описать отношения между понятиями и использовать правила ЕСЛИ-ТО для обоснования их причинно-следственных связей между понятиями и вывести лингвистический вес для каждой взаимосвязи [8]. Каждый эксперт описывает каждую взаимосвязь с нечетким правилом; Логический вывод – это лингвистическая переменная, которая описывает отношения между двумя понятиями по мнению каждого эксперта и определяет степень причинности между этими двумя понятиями.

Затем предполагаемые нечеткие веса, предложенные экспертами, агрегируются и получается общий лингвистический вес, который с помощью метода дефазификации по методу центроида (центра масс, CoA) [21,22] преобразуется в числовой вес  $w_{ji}$ , принадлежащий интервалу  $[-1, 1]$  и представляет общее предложение экспертов. Таким образом, получается начальная матрица  $W^{initial}_{ij} = w_{ij}$ ,  $i, j = 1, \dots, N$ , с  $w_{ii} = 0$ ,  $i = 1, \dots, N$ .

Наиболее существенными недостатками НКК являются их зависимость от мнения эксперта и неконтролируемая сходимость с нежелательными состояниями. Процедуры обучения – это средство для повышения эффективности НКК за счет изменения весовой матрицы НКК.

### **Нелинейное правило Хэбба**

Правило обучения требует определения и вычисления целевой функции (функции ошибки) и изучения, когда целевая функция достигает минимальной

ошибки, которая соответствует набору весов  $\mathbf{W}$ . Когда ошибка равна нулю или обычно мала, достигается устойчивое состояние для  $\mathbf{W}$ ; веса  $\mathbf{W}$ , которые соответствуют установившемуся состоянию, определяют процесс обучения и модель  $\mathbf{W}$  [23]

Согласно известному закону обучения Хэбба, во время обучения нейронная сеть получает в качестве входных данных множество различных возбуждений или входных паттернов и произвольно организует паттерны в категории. Хэбб предположил, что биологическая синаптическая эффективность изменяется пропорционально корреляции между запуском пре- и постсинаптического нейрона [22,24]. Учитывая случайные пре-синаптические входные паттерны  $\mathbf{x}$ , весовой вектор  $\mathbf{w}$  и выходной  $y = \mathbf{w}^T \mathbf{x}$ , целевая функция  $J$ , максимизируемая правилом Хэбба, может быть записана:

$$J = E\{y^2\} \quad (2)$$

Дополнительное ограничение, такое как  $\|\mathbf{w}\| = 1$ , необходимо для стабилизации правила обучения, полученного из уравнения. (2). Решение стохастической аппроксимации, основанное на (1), приводит к правилу Хэбба для одного нейрона [11]:

$$\Delta w_{ij} = \mu_k y_i (x_j - w_{ji} y_i) \quad (3)$$

Где  $\mu_k$  – скорость обучения на итерации  $k$ .

Рассмотрим расширение (3) на нелинейные случаи с различными возможными нелинейными функциями активации и их критериальными функциями [12]. Рассматривая случай, когда выходной сигнал линейного единиц преобразуется с использованием нелинейной функции активации (обычно функции сигмоидного типа) с критериальной функцией из уравнения (2). Следующая задача оптимизации заключается в адаптивном регулирование весов нелинейных случаев:

$$\text{максимизируем } J = E\{z^2\} \quad (4)$$

$$\text{при условии: } \|w\| = 1$$

где  $z = f(y)$ , где  $f$  – функция сигмоидного типа.

Трудно определить точное решение уравнения (4); поэтому используется подход стохастической аппроксимации, который приводит к следующему нелинейному правилу обучения Хэбба (вывод дан в [17])

$$\Delta w_{ij} = \mu_k z \frac{dz}{dy} (x_j - w_{ji} y_i) \quad (5)$$

Правило обучения уравнение (5) является одним из трех возможных случаев нелинейных правил Хэбба, рассмотренных в других работах [12,13]. Если  $z$  – линейная функция  $y$ , и  $z = y$ , то правило обучения сводится к простому правилу Хэбба для линейной случая.

Для случая правила обучения Хэбба для линейный случаев, целевая функция в уравнении (2) имеет очевидную интерпретацию, то есть проекцию входных паттернов в направлении максимальной дисперсии или максимального выходного значения нейрона. С другой стороны, та же самая целевая функция, применяемая к нелинейным случаям, может привести к результатам, радикально отличающимся от результатов, полученных линейными способами. Обратите внимание, что как линейные, так и нелинейные правила обучения ищут набор весовых параметров, так что выходные данные устройства имеют наибольшую дисперсию. Нелинейная функция ограничивает выходной сигнал в ограниченном диапазоне, например,  $z = 1 / (1 + e^{-y})$  ограничивает выходной сигнал в пределах  $[0,1]$ . Ограничение выходов нелинейных функций существенно отличает нелинейные функции от их линейных аналогов и влияет на механизм максимизации дисперсии.

### **Обучение НКК**

Обучение НКК включает обновление сильных причинных связей, чтобы НКК сходились в нужной области. Продвинутая стратегия обучения состоит в

Вектор экономики | [www.vectoreconomy.ru](http://www.vectoreconomy.ru) | СМИ Эл № ФС 77-66790, ISSN 2500-3666

том, чтобы модифицировать НКК путем точной настройки его первоначальной причинно-следственной связи или сильных сторон с помощью алгоритмов обучения, аналогичных алгоритмам в искусственных нейронных сетях.

Существует всего несколько алгоритмов обучения НКК [9,10], которые основаны на обучении искусственным нейронным сетям. Коско предложил подход основанный на дифференциальном правиле Хэбба (ДПХ), форму обучения без учителя [9]. Другой алгоритм называется «Adaptive Random» для НКК, основанный на определении случайных нейронных сетей [10]. Также был предложен другой подход к обучению НКК, основанный на эволюционных вычислениях [25], где стратегии эволюции использовались для вычисления конфигурации желаемой системы. Этот метод точно такой же, который используется в обучении нейронных сетей; он не принимает во внимание начальную структуру и знания экспертов в модели НКК, но использует наборы данных, определяющие понятия ввода и вывода, чтобы определить причинно-следственные связи, удовлетворяющие функции принадлежности. Рассчитанные веса представляют большие отклонения от фактических весов НКК, и в реальных задачах они не теряют свою смысловую нагрузку. Таким образом, формальная методология и общий алгоритм обучения, для обучения НКК и для практических приложений, все еще необходимы.

### **Подход обучения НКК, основанный на нелинейном правиле Хэбба**

Предлагаемый алгоритм обучения основан на предпосылке, что все концепты в модели НКК пересчитываются на каждом шаге итерации и изменяют свои значения. Во время этого процесса перерасчет вес  $w_{ji}$  обновляется, и модифицированный вес  $w_{ji}^{(k)}$  записывается для шага итерации  $k$ .

Значение  $A_i^{(k+1)}$  концепта  $C_i$  на итерации  $k + 1$  рассчитывается, вычисляя влияние взаимосвязанных концептов со значениями  $A_j$  на конкретный концепт  $C_i$  при помощи модифицированных весов  $w_{ji}^{(k)}$  на итерации  $k$  с помощью



следующего уравнение:

$$A_i^{(k+1)} = f\left(\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n A_i^{(k)} w_{ji}^{(k)} + A_i^{(k)}\right) \quad (6)$$

Кроме того, некоторые из понятий определяются как выходные концепты (ВК). Эти понятия обозначают характеристику системы, которые представляют конечное состояние системы. Различие понятий НКК как входных, так и выходных данных определяется группой экспертов для каждой конкретной проблемы. Любой из концептов модели НКК может быть входным концептом или выходным концептом. Тем не менее, эксперты выбирают выходные концепты, а остальные рассматривают в качестве начальных стимуляторов системы. Алгоритм обучения, извлекающий скрытые и ценные знания экспертов, может повысить эффективность НКК и их реализацию в реальных задачах.

Используя преимущество общего нелинейного правила обучения Хэбба для NN (набора весов), [12], введем математический аппарат, включающий это правило обучения для НКК, параметр скорости обучения и определение входных и выходных концептов. Этот алгоритм связывает значения концептов и значения весов в модели НКК.

Правило имеет следующую математическую форму:

$$\Delta w_{ij} = \mu_k A_j (A_i - w_{ji} A_j) \quad (7)$$

где коэффициент  $\mu_k$  является очень небольшим положительным скалярным фактором, называемым параметром обучения. Коэффициент определен с использованием экспериментального метода проб и ошибок, который оптимизирует окончательное решение.

Это простое правило гласит, что если  $A_i^{(k)}$  является значением концепта  $C_i$  на итерации  $k$ , а  $A_j$  является значением концепта  $C_j$ , который связан концептом

$C_i$ , то соответствующий вес  $w_{ji}$  из концепта  $C_j$  в направлении концепта  $C_i$  увеличивается пропорционально к их произведению, умноженному на параметр скорости обучения минус снижение веса на шаге итерации  $k$ .

Формула перерасчета веса имеет следующий вид:

$$w_{ji}^{(k)} = w_{ji}^{(k-1)} + \mu_k A_j (A_i^{(k)} - A_j w_{ij}^{(k-1)}) \quad (8)$$

На каждом этапе моделирования значение каждого концепта НКК обновляется с использованием уравнения (6), где значение веса  $w_{ji}^{(k)}$  рассчитывается по уравнению (8).

Также введем два критерия останова, которые описывают ограничения для алгоритма, описанного выше. Одним из критериев является максимизация целевой функции  $J$ , которая была определена правилом Хэбба в уравнении (4). Целевая функция  $J$  была предложена для НПХ (нелинейное правило Хэбба), исследуя желаемые значения выходных концепты (ВК), которые являются значениями концептов активации.  $J$  определяется как:

$$J = \sum_{i=1}^l (ВК_i)^2 \quad (9)$$

где  $l$  – это число выходных концептов.

Вторым критерием является минимизация вариации двух последующих значений ВК, представленных в уравнении:

$$J = \left| ВК_j^{(k+1)} - ВК_j^{(k)} \right| < e \quad (10)$$

Эти критерии определяют, когда итерационный процесс алгоритма обучения завершается. Термин  $e$  обозначает точность алгоритма, который сохраняет изменение значений ВК как можно ниже, и равным  $e = 0,001$ .

После этого процесса и когда выполняются критерия останова, получают окончательную обновленную весовую матрицу  $w^{update}$ .

Схематическое представление алгоритма НПХ приведено на рисунке 2. С

учетом модели НКК с  $n$ -узлами фаза выполнения алгоритма НПХ состоит из следующих этапов:

**Шаг 1.** Считать состояние ввода  $A^0$  и начальную матрицу  $w^0$ ;

**Шаг 2.** Повторить для каждого шага итерации  $k$ ;

**Шаг 2.1.** Рассчитать  $A_i$  по уравнению (6);

**Шаг 2.2.** Рассчитать  $w_{ji}^{(k)}$  по уравнению (8);

**Шаг 2.3.** Рассчитать два критерия останова;

**Шаг 3.** Выполнены условия останова;

**Шаг 4.** Возврат окончательных весов обновленных значений  $w^{update}$  и концептов.

Все концепты НКК пересчитываются на шаге итерации, и их значения обновляются благодаря этому процессу запуска.



Рис. 2 – Блок схема алгоритма нелинейного обучения Хэбба

## Заключение

В этой статье рассмотрен метод обучения без учителя (НПХ), основанный на нелинейном правиле обучения Хэбба, для устранения недостатков, возникающих в работе с НКК. Таким образом, учитываем динамические характеристики учебного процесса и окружающей среды. Нелинейное правило Хэбба вводится для обучения НКК и в сочетании с знанием эксперта конкретной системы или процесса может способствовать установлению НКК в качестве надежного метода поддержки принятия решений. Также была описана формальная методология, подходящая для практического применения, и были получены желаемые области выходных концептов для управления процессом НКК. В будущих работах будут рассмотрены дальнейшие разработки алгоритма

Вектор экономики | [www.vectoreconomy.ru](http://www.vectoreconomy.ru) | СМИ ЭЛ № ФС 77-66790, ISSN 2500-3666

обучения и будет изучена реализация этого подхода к обучению в различных задачах.

### Библиографический список

1. Kosko B. et al. Fuzzy cognitive maps //International journal of man-machine studies. – 1986. – Т. 24. – №. 1. – С. 65-75.
2. Kosko B. Neural networks and fuzzy systems: A dynamical systems approach to machine intelligence. – 1992. – №. QA76. 76. E95 K86.
3. Papageorgiou E., Stylios C. D., Groumpos P. P. Decision making in external beam radiation therapy based on fuzzy cognitive maps //Proceedings First International IEEE Symposium Intelligent Systems. – IEEE, 2002. – Т. 1. – С. 320-325.
4. Papageorgiou E. I., Stylios C. D., Groumpos P. P. An integrated two-level hierarchical system for decision making in radiation therapy based on fuzzy cognitive maps //IEEE Transactions on Biomedical Engineering. – 2003. – Т. 50. – №. 12. – С. 1326-1339.
5. Stylios C. D., Groumpos P. P. Fuzzy cognitive maps in modeling supervisory control systems //Journal of Intelligent & Fuzzy Systems. – 2000. – Т. 8. – №. 1. – С. 83-98.
6. Khan M. S., Chong A., Gedeon T. D. A Methodology for Developing Adaptive Fuzzy Cognitive Maps for Decision Support //Jaci. – 2000. – Т. 4. – №. 6. – С. 403-407.
7. Papageorgiou E., Stylios C. D., Groumpos P. P. Activation hebbian learning rule for fuzzy cognitive maps //IFAC Proceedings Volumes. – 2002. – Т. 35. – №. 1. – С. 319-324.
8. Stylios C. D., Groumpos P. P., Georgopoulos V. C. Fuzzy cognitive map approach to process control systems //Journal of Advanced Computational Intelligence. – 1999. – Т. 3. – №. 5. – С. 409-417. Tuegel E. J. et al. Reengineering aircraft structural life prediction using a digital twin //International Journal of Aerospace Engineering. – 2011. – Т. 2011.

9. Kosko, B.: Fuzzy Engineering, Prentice-Hall, New Jersey, (1997)
10. Aguilar J. Adaptive random fuzzy cognitive maps //Ibero-American Conference on Artificial Intelligence. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2002. – С. 402-410.
11. Oja E. Simplified neuron model as a principal component analyzer //Journal of mathematical biology. – 1982. – Т. 15. – №. 3. – С. 267-273.
12. Oja, E., Ogawa, H., Wangviwattana, J.: Learning in nonlinear constrained Hebbian networks. In. T. Kohonen et al.(eds.): Artificial Neural Networks (1991), Amsterdam: North-Holland, С. 385-390.
13. Oja E. Neural networks, principal components, and subspaces //International journal of neural systems. – 1989. – Т. 1. – №. 01. – С. 61-68.
14. Lee C. W., Olshausen B. A. A nonlinear Hebbian network that learns to detect disparity in random-dot stereograms //Neural computation. – 1996. – Т. 8. – №. 3. – С. 545-566.
15. Oja E. Nonlinear PCA: Algorithms and applications //Report A18, September 1993. – 1993.
16. Hassoun M. H. et al. Fundamentals of artificial neural networks. – MIT press, 1995.
17. Sudjianto A., Hassoun M. H. Statistical basis of nonlinear Hebbian learning and application to clustering //Neural networks. – 1995. – Т. 8. – №. 5. – С. 707-715.
18. Biggs N. L., Lloyd E. K., Wilson R. J. Graph Theory: 1736–1936 Clarendon Press. – 1976.
19. Harary, F., Norman, R.J., Cartwright, D.: Structural models: an introduction to the theory of directed graphs. John Wiley & Sons, New York, (1965), pp.201.
20. Axelrod R. (ed.). Structure of decision: The cognitive maps of political elites. – Princeton university press, 2015.
21. Lin C. T., Lee C. S. Neural fuzzy systems: a neuro-fuzzy synergism to intelligent systems. – Prentice-Hall, Inc., 1996.
22. Jang J. S. R., Sun C. T., Mizutani E. Neuro-fuzzy and soft computing-a computational approach to learning and machine intelligence [Book Review]

- //IEEE Transactions on automatic control. – 1997. – Т. 42. – №. 10. – С. 1482-1484.
23. Haykin S. Neural networks: a comprehensive foundation. – Prentice Hall PTR, 1994.
24. Zurada J. M. Analog implementation of neural networks //IEEE Circuits and Devices Magazine. – 1992. – Т. 8. – №. 5. – С. 36-41.
25. Koulouriotis D. E., Diakoulakis I. E., Emiris D. M. Learning fuzzy cognitive maps using evolution strategies: a novel schema for modeling and simulating high-level behavior //Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No. 01TH8546). – IEEE, 2001. – Т. 1. – С. 364-371.
26. Kireev V. S. Deriving Cognitive Map Concepts on the Basis of Social Media Data Clustering //2017 5th International Conference on Future Internet of Things and Cloud Workshops (FiCloudW). – IEEE, 2017. – С. 37-40.
27. Kireev V. S., Guseva, A. I et al. Association rules mining for predictive analytics in iot cloud system //Biologically Inspired Cognitive Architectures Meeting. – Springer, Cham, 2018. – С. 107-112.

*Оригинальность 84%*