

УДК 332.12

***ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ КОББА-  
ДУГЛАСА ПРИ ОЦЕНКЕ И АНАЛИЗЕ ВАЛОВОГО РЕГИОНАЛЬНОГО  
ПРОДУКТА АЛТАЙСКОГО КРАЯ***

***Зиновьев А.Г.***

*к.э.н., доцент,  
Алтайский государственный университет,  
Барнаул, Россия*

***Кузьмин П.И.***

*к.ф.-м.н., доцент,  
Алтайский государственный университет,  
Барнаул, Россия*

***Исаева О.В.***

*к.ф.-м.н., доцент,  
Алтайский государственный университет,  
Барнаул, Россия*

**Аннотация**

Статья посвящена социально-экономическому исследованию состояния и развития экономики Алтайского края в условиях пандемии коронавируса и последствий санкций, введенных по инициативе Евросоюза и США с 2014 года. Универсальной основой оценки устойчивого развития региона является валовый региональный продукт, на базе которого дается оценка объемам и результатам производства, уровню социально-экономического развития, объему материальных благ и оказанию услуг населению, темпам экономического роста и т.д. В качестве объективной оценки последствий пандемии коронавируса и санкций на экономику региона, в данной статье, предложен механизм использования производственной функции Кобба-Дугласа в процессе экономико-математического моделирования валового регионального продукта с целью показать взаимосвязь и взаимозависимость

между валовым региональным продуктом и выявленными основными факторами, оказывающими непосредственное на него влияние. На основе построенной модели в статье проанализированы взаимосвязи и взаимозависимости валового регионального продукта от стоимости основных производственных фондов, инвестиций, численности занятого населения, фактического объема потребления домохозяйств и других экономических показателей в сопоставимых ценах 2016 года. Полученные результаты позволили сформулировать вывод о весьма незначительной эффективности воздействия санкционных мер и последствий от пандемии коронавируса на валовый региональный продукт.

**Ключевые слова:** Функция Кобба Дугласа, валовый региональный продукт, инвестиции в основной капитал, численность занятого населения, эконометрическая модель, коэффициент эластичности, масштаб производства.

***USING THE COBB-DOUGLAS PRODUCTION FUNCTION IN  
ASSESSING AND ANALYZING THE GROSS REGIONAL PRODUCT OF  
THE ALTAI TERRITORY***

***Zinoviev A.G.***

*Candidate of Economics Sciences,  
Associate Professor,  
Altai State University,  
Barnaul, Russia*

***Kuzmin P.I.***

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences,  
Associate Professor,  
Altai State University,  
Barnaul, Russia*

***Isaeva O.V.***

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences,  
Associate Professor,  
Altai State University,*

*Barnaul, Russia*

### **Abstract**

The article is devoted to the socio-economic study of the state and development of the economy of the Altai Territory in the context of the coronavirus pandemic and the consequences of the sanctions imposed on the initiative of the European Union and the United States since 2014. A universal basis for assessing the sustainable development of a region is the gross regional product, on the basis of which an assessment is made of the volume and results of production, the level of socio-economic development, the volume of material benefits and the provision of services to the population, the rate of economic growth, etc. As an objective assessment of the consequences of the coronavirus pandemic and sanctions on the regional economy, this article proposes a mechanism for using the Cobb Douglas production function in the process of economic and mathematical modeling of the gross regional product in order to show the relationship and interdependence between the gross regional product and the identified main factors that directly influence on him. Based on the constructed model, the article analyzes the relationship and interdependence of the gross regional product on the cost of fixed assets, investments, the number of employed people, the actual volume of household consumption and other economic indicators in comparable prices in 2016. The results obtained made it possible to formulate a conclusion about the very insignificant effectiveness of the impact of sanctions measures and the consequences of the coronavirus pandemic on the gross regional product.

**Keywords:** Cobb Douglas function, gross regional product, investment in fixed assets, employment, econometric model, coefficient of elasticity, scale of production.

В условиях мировой пандемии коронавируса и последствий санкций, введенных по инициативе Евросоюза и США с 2014 года, непосредственно негативно влияющих на состояние и развитие, как экономики региона, так и экономики страны в целом, возникает необходимость в разработке механизма определения объективной оценки и проведения обоснованного анализа в данном направлении. По нашему мнению, базовой составляющей такого механизма является эконометрическое моделирование. Так как универсальной оценкой устойчивого развития региона является валовый региональный продукт, следовательно, именно этот статистический показатель необходимо представить в форме эконометрической модели. Такой подход основан на построении такой эконометрической модели, как производственной функции Кобба Дугласа.

Производственная модель Кобба Дугласа представляет собой зависимость объема производства, (т.е. ВРП) от созданных его факторов производства – затрат труда и капитала и имеет следующий вид:

$$Y_t = a_0 K^{a_1} L^{a_2}, \text{ где}$$

$Y_t$  – теоретический объем произведенной продукции в зависимости от влияния факторов  $K$  и  $L$ ;

$t$  – период времени;

$K$  – основные фонды;

$L$  – трудовой фактор (численность персонала);

$a_0$  – технологический коэффициент, отражающий уровень технологической производительности;

$a_1, a_2$  – параметры модели, характеризующие степень однородности производственной функции [1].

Цель построения данной модели заключается в выявлении степени влияния факторов на изменение валового регионального продукта, а

так же в определении оценки взаимосвязи между результативной и факторными переменными в абсолютных единицах измерения [6].

При построении производственной модели Кобба Дугласа, характеризующей связь валового регионального продукта с совокупностью основных региональных показателей Алтайского края, были использованы аналитические данные федеральной службы государственной статистики по Алтайскому краю за 2006-2020 гг. и пакет прикладных программ статистического анализа Statistica 6.0.

На первом этапе исследования, на основе корреляционного анализа, был проведен содержательный анализ совокупности факторов с целью оценки их влияния на валовый региональный продукт и отбора в эконометрическую модель. На основе построенной корреляционной матрицы, показывающей количественную оценку тесноты и направления связи между валовым региональным продуктом с совокупностью основных региональных показателей, включенных в базу данных, с учетом оценки их мультиколлинеарности, были отобраны три фактора в эконометрическую модель, которые более тесно связаны с ВРП а именно, наличие основных фондов на конец года по полной учетной стоимости по полному кругу организаций, среднегодовая численность занятого населения и инвестиции в основной капитал. При этом выявлено, что все парные коэффициенты корреляции между ВРП и этими факторами являются статистически значимыми.

На втором этапе исследования, на основе проведенного корреляционного анализа и статистических данных, была построена эконометрическая модель производственной функции Кобба Дугласа.

По проведенным вычислительным процедурам в MS Excel и с использованием пакета прикладных программ Statistica 6.0 было установлено, что построенная эконометрическая модель статистически значима с Вектор экономики | [www.vectoreconomy.ru](http://www.vectoreconomy.ru) | СМИ Эл № ФС 77-66790, ISSN 2500-3666

полученными адекватными оценками их параметров, где  $F$ -критерий Фишера, определенный по производственной модели Кобба Дугласа, значительно превышает критическое значение при заданном уровне вероятности 95%. Кроме того, рассчитанный коэффициент детерминации ( $R^2$ ) показывает высокую степень влияния на валовый региональный продукт, включенных в модель системы таких факторных переменных как стоимость основных производственных фондов ( $K$ ), численности занятого населения ( $L$ ) и объема инвестиций в основной капитал ( $I$ ).

В результате, производственная модель Кобба Дугласа имеет следующий вид:  
$$Y_t = 3,4 * K^{0,15} * L^{0,77} * I^{0,2}.$$

Представленная производственная функция Кобба Дугласа показывает степень влияния производственных ресурсов – труда и капитала на изменение ВРП, где производственными ресурсами, характеризующими труд является численность занятого населения ( $L$ ), а характеризующими капитал, соответственно, стоимость основных производственных фондов ( $K$ ) и объем инвестиций в основной капитал ( $I$ ).

По рассчитанному эмпирическому коэффициенту детерминации ( $R^2$ ), равному 0,88 можно сделать вывод, что изменение ВРП на 88% зависит от совместного влияния, включенных в модель факторов и на 12% зависит от остальных факторов. При этом, параметры данной модели характеризуют показатель эластичности ВРП по труду и капиталу, т.е., предполагается, что при увеличении численности занятого населения на 1% ВРП увеличится на 0,77%. Соответственно, при увеличении основных производственных фондов на 1% ВРП увеличится на 0,15%, а при увеличении объема инвестиций в основной капитал на 1% ВРП увеличится на 0,2%.

На основе сравнительной характеристики рассчитанных коэффициентов эластичности, можно предположить, что на настоящем этапе развития экономики региона валовый региональный продукт весьма чувствительно реагирует на вовлечение в сферу материального производства дополнительной

Вектор экономики | [www.vectoreconomy.ru](http://www.vectoreconomy.ru) | СМИ Эл № ФС 77-66790, ISSN 2500-3666

численности работающих и незначительно на прирост стоимости основных фондов и объема инвестиций в основной капитал.

Параметр  $a_0 = 3,4$  экономическому обоснованию не подлежит, так как характеризует производительность технологии производства, представляющую собой выпуск продукта при единичных затратах труда и капитала (например, когда используется один рабочий и один станок).

Так как сумма параметров модели при факторных переменных больше нуля и больше единицы (по нашим данным она равна 1,12), то в этом случае наблюдается не только растущая отраслевая экономика региона, но и непропорциональный рост производственной функции, т.е. имеет место растущая эффективность факторов производства. Это означает, что если исследуемые нами факторы труда (численность занятого населения) и капитала (стоимость основных производственных фондов и инвестиции в основной капитал) увеличиваются в некоторой пропорции, то валовый региональный продукт растет в большей пропорции, а именно темпы роста ВРП превышают темпы роста объемов обоих производственных ресурсов – труда и капитала. Однако, говорить о трудосберегающем, т.е. интенсивном росте экономики региона преждевременно, так как сумма параметров при факторах капитала (стоимости основных производственных фондов и инвестиций в основной капитал) равная 0,35 меньше параметра при факторе труда (численности занятого населения), который равен 0,77. Поэтому можно сделать вывод о экстенсивном (фондосберегающем) росте отраслевой экономики региона в результате не достаточно эффективного использования производственных ресурсов – труда и капитала, т.е. когда увеличение численности занятого населения на 1% приводит к большему росту ВРП, нежели такое же увеличение капитала.

В связи с этим возникает вопрос о взаимозаменяемости факторов производства, а именно: на какую величину необходимо увеличить затраты

одного фактора при снижении затрат другого фактора на единицу. Вопрос соотношения затрат замещающих друг друга факторов производства решается при помощи введения такого понятия, как эластичность замещения факторов производства, которая определяется соотношением затрат замещающих друг друга факторов производства при неизменном ВРП. Это своего рода коэффициент, который показывает степень эффективности замещения одного фактора производства другим, что другими словами называется относительной эластичностью[2]. По нашим расчетам, коэффициенты относительной эластичности по каждому фактору составили: по стоимости основных производственных фондов- 0,13; по инвестициям в основной капитал- 0,18 и по численности занятого населения- 0,69, где сумма всех коэффициентов должна соответствовать строго единицы. Как видно, степень эффективности замещения факторов капитала фактором труда составляет 69%.

Мерой взаимозаменяемости факторов производства служит предельная норма технического замещения которая показывает, на сколько единиц можно уменьшить один из факторов при увеличении другого фактора на единицу, сохраняя ВРП неизменным, т.е. при увеличении количества труда на единицу, можно будет отказаться от нескольких единиц капитала для сохранения данного уровня производства.

Предельная норма технического замещения рассчитывается путем отношения относительного изменения фактора капитала на относительное изменение фактора труда, где это отношение берется со знаком минус[6]. По нашим расчетам предельная норма технического замещения составила:

а) по относительному изменению стоимости основных фондов: -1,66;

б) по относительному изменению инвестиций в основной капитал: - 2,36.



Данные расчеты свидетельствуют о том, что при увеличении численности занятого населения на 1000 человек, можно будет отказаться от стоимости основных производственных фондов на 1,66 млн. рублей и от инвестиций в основной капитал на 2,36 млн. рублей.

На основе построенной модели Кобба Дугласа нами так же были определены обобщенный показатель эффективности производства и масштаб производства, где экономическая эффективность производства характеризует действие интенсивного фактора роста, т.е. увеличение ВРП за счет эффективности использования ресурсов, а масштабом производства определяется экстенсивный фактор роста, т.е. увеличение ВРП за счет увеличения объема ( масштаба) производственных ресурсов.

Обобщенный показатель эффективности производства представляет собой произведение коэффициентов частной эффективности использования каждого фактора, возведенных в степень, равной относительной эластичности соответствующего фактора. По нашим расчетам, обобщенный показатель эффективности производства составил 1,08., т.е. изменение ВРП за счет роста эффективности использования производственных ресурсов (как интенсивный или трудосберегающий фактор роста) увеличилось в 1,08 раза.

Масштаб производства представляет собой произведение относительного изменения каждого фактора, возведенных в степень, равной относительной эластичности соответствующего фактора. По нашим расчетам, показатель масштаба производства составил 1,2., т.е. изменение ВРП за счет увеличения объема (масштаба) производственных ресурсов (как экстенсивный или фондосберегающий фактор роста) увеличилось в 1.2 раза.

В результате сравнения обобщенного показателя эффективности производства с показателем масштаба производства можно сделать

окончательный вывод о тенденции роста валового регионального продукта за исследуемый период в основном за счет увеличения объема (масштаба) производственных ресурсов, тем самым характеризуя экстенсивное развитие экономики региона.

Таким образом, разработанную эконометрическую модель производственной функции Кобба Дугласа можно использовать при анализе и оценке основных экономических показателей Алтайского края. Разработанная модель также может быть применена на практике для принятия управленческих решений с учетом апробированного в данной статье методического подхода к определению оценки влияния производственных и трудовых ресурсов региона на основные социально-экономические показатели.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Кузьмин П. И. Эконометрические модели региона: монография. - Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2006. 80 с.
2. Магнус Я. Р., Катышев П. К., Пересецкий А.Л. Эконометрика. Начальный курс: учебник. 6-е изд., перераб. и доп. - М.: Дело, 2004. 576 с.
3. Зиновьев А.Г., Щетинин Е.Н. Использование статистической информации при анализе продовольственной безопасности региона // В кн: Мы продолжаем традиции российской статистики. Материалы I Открытого российского статистического конгресса. Новосибирский государственный университет экономики и управления "НИНХ". 2015. С. 119-125.
4. Кузьмин П. И., Зиновьев А. Г. Анализ и оценка развития экономики региона с использованием аналога модели Л.Р. Клейна // Экономика

Профессия Бизнес, 2020. № 2. С. 56-63. URL:  
<http://journal.asu.ru/ec/article/view/epb201972>.

5. Суспицын С. А. Барометры социально-экономического положения регионов России / ИЭОПП СО РАН. Новосибирск, 2004. 123 с.

6. Эконометрика: учебник для магистров / под ред. И. И. Елисеевой. М.: Юрайт, 2014. 453 с.

7. Официальный сайт Алтайкрайстата [Электронный ресурс]. URL:  
<http://akstat.gks.ru>.

8. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.gks.ru>.

9. ЕМИСС. Государственная статистика. [Электронный ресурс]. URL:  
<https://fedstat.ru/indicator/40661>.

10. Об утверждении стратегии социально-экономического развития Алтайского края до 2025 года. Закон Алтайского края № 86-ЗС. 21.11.2012.

*Оригинальность 94%*